حساب معاملات الانتشار لأيونات البلازما المحتواة بمجال مغناطيسي

منال عبد الكريم جليطة[1] ، الهاشمي محمد الابيض[2]
1- كلية التقنية الهندسية ، طرابلس، ليبيا.
2- مركز البحوث النووية ، تاجوراء، ليبيا.

الملخـــص

تمت دراسة تأثير المجال المغناطيسي على التصادمات بين أيونات البلازما. تطلبت هذه الدراسة حل معادلات الحركة للجسيمات المتصادمة وهي معادلات مترابطة وغير خطية ولذلك تم استخدام الطرق العددية لحل هذه المعادلات وحساب معامل الانتشار للبلازما المحتواة بمجال مغناطيسي. تمت الحسابات للبلازما المعملية على افتراض أن درجة الحرارة حوالي 10 eV وكثافة $1\times 10^{12}\mathrm{cm}^{-3}$ ومجال مغناطيسي حوالي 0.3T وهذه المقادير تعتبر واقعية بالنسبة للبلازما المعملية. نتائج هذه الحسابات تتوافق مع النتائج المعملية المنشورة من حيث الرتبة وقريبة من حيث المقدار رغم أن هذه الحسابات مبدئية ولم نتمكن من تنفيذها بدقة عالية, نظرا لما تتطلبه هذه الحسابات من وقت طويل جدا باستخدام الحاسب الشخصي. لكن هذه النتائج كافية لتوضيح طريقة الحسابات وتقدير معامل الانتشار من حيث الرتبة.

الكلمات المفتاحية: *معامل أنتشار الأيونات، معادلة حركة الجسيمات المتصادمة، بلازما.*

The effect of the magnetic field on the collisions of plasma ions was studied. The study required solving the equations of motion for the interacting particles. These equations are coupled and non-linear. Therefore numerical methods were applied to solve these equations and calculate the diffusion coefficient of the plasma contained in a magnetic field. Calculations were carried out for laboratory plasma on the assumption that the temperature around 10 eV and density of 1×10^{12} cm^{-3} and a magnetic fields of about 0.3T. These values are realistic for the laboratory plasma. The results of these calculations are compatible with published experimental results in terms of order and close in magnitude , although these calculations were not done with high accuracy, because it required a very long time using a personal computer. But these results are sufficient in order to illustrate the calculation method and estimate the ordering of magnitude for the diffusion coefficient.

Keywords: collisions of plasma ions, equations of motion, plasma.

1. المقدمة

إن التعريف الأكثر شيوعا للبلازما هو أنها حالة من حالات المادة لذا سميت بالحالة الرابعة والصفة المميزة لهذه الحالة هي التأين والتي لا تتصف بها الحالات الثلاثة للمادة.

عندما تتأين المادة بالكامل تصبح عبارة عن خليط من الشحنات الموجبة والالكترونات وهذا الخليط يطلق عليه اسم البلازما. ونظرا لذلك فإنها تتأثر بوجود المجالات الكهربائية والمغناطيسية وهذا في الواقع ما يجعل البلازما تختلف عن الغازات الاعتيادية[1،2،3].

إن البلازما تعتمد على الكثير من المتغيرات منها درجة التأين ودرجة الحرارة والكثافة والمجال المغناطيسي، حيث أن تركيب البلازما يتوقف إلى حد كبير على درجة حرارتها فإذا انخفضت هذه الدرجة عن حد معين فان البلازما تختفي، ووجود المركبات عند درجة حرارة معينة يعني وجود استقرار ناتج عن تبادل الطاقة بين المكونات مثل الايونات فيما بينها والإلكترونات فيما بينها وهكذا كما أن اختلاف درجة حرارة المركبات تؤدي إلى تبادل الطاقة بين المركبات المختلفة مثل الإلكترونات والايونات، وتبادل الطاقة بين المكونات يحدث نتيجة للتصادم فيما بينها.

إن أحد الأهداف الرئيسية لأبحاث فيزياء البلازما هو دراسة ظواهر الانتقال للبلازما والتي تتضمن إنتشار الجسيمات والموصلية الكهربية والتوصيل الحراري. غير أن معدلات الانتقال في البلازما المحتواة في مجالات مغناطيسية تكون متضاربة مع التوقعات النظرية المبنية على النظرية الكلاسيكية التي تعتمد على حساب المقطع العرضي للتشتت المتحصل عليه بواسطة صيغة رذرفورد. إن معاملات الإنتقال مطلوبة وضرورية للتنبؤ بكيفية أداء وتصرف البلازما في أي نظام لأي غرض في مجال أبحاث البلازما [6].

نتناول في هذه الورقة دراسة عملية التصادم بين جسمين مشحونين وبالتحديد تصادم بروتون مع بروتون أخر تحت تأثير المجال المغناطيسي وهذا الموضوع له أهمية كبيرة في مجال احتواء البلازما في المجالات المغناطيسية.

2. التصادمات ومعدلات الانتشار في النظرية الكلاسيكية

إن كلمة اصطدام لاتعني بالضرورة أن يتلامس الجسمان المتصادمان ببعضهما تماما بل يكفي أن يؤثر كل منهما على الأخر بحيث يتغير مسار أحداهما أو كلاهما ومن أفضل الأمثلة على ذلك انحراف بروتون عن مساره نتيجة اقترابه من نواة ذرة ثقيله كالذهب حيث يؤثر كل منهما على الأخر بقوة كولوم الكهربائية ونلاحظ أنهما لا يصلان إلى حالة تماس فعلي إلا أننا نسمي الحادثة تصادما. ما يحدث في عملية التصادم هو أن قوة كبيرة تسمى بالقوة الدفعية تؤثر لفترة زمنية قصيرة وتحدث تغيرات هائلة أثناء عملية التصادم [4،5].

يكون زمن التصادم τ عبارة عن الزمن الذي يستغرقه الجسيم لقطع مسافة المسار الحر λ ، $\lambda=\frac{1}{n\sigma}$ حيث n الكثافة العددية للجسيمات المتصادمة و σ مساحة المقطع [12].
وبمعلومية زمن التصادم فان التردد التصادمي v يكون:

$$\nu=\frac{1}{\tau}=\frac{\mathrm{v}}{\lambda}=\mathrm{n}\sigma\mathrm{v} \qquad (1)$$

حيث v السرعة النسبية للجسيمات المتصادمة .

التردد التصادمي هو مقياس لمعدل تبادل كمية الحركة بين الجسيمات المتصادمة وهذا التردد يعتمد على كثافة الجسيمات وعلى مقدار السرعة النسبية بين الجسيمات وعلى المقطع العرضي للتصادم [3].

3. تصادمات كولوم و أزمنة التصادم

تصادم كولوم هو التصادم الذي يحدث بين جسمين مشحونين والناتج عن القوة الكهروستاتيكية التي يؤثر بها كل جسيم على الأخر. يمكن أن يتصادم جسمين مشحونين حتى عندما يكونان على مسافات متباعدة وبذلك يطلق عليها تصادمات بعيدة المدى. إن أغلبية تصادمات كولوم تكون ذات زاوية تصادم صغيرة حيث تنحرف الجسيمات المشحونة انحرافات طفيفة عن مساراتها الأصلية بسبب التصادمات[6،11] عندما يتفاعل جسيمين تتم عملية استبدال فوري للزخم والطاقة.

إن عملية الاصطدام بين جسيمين يمكن وصفها بسهولةً في نظام مركز الكتلة لجسيمين. زمن اصطدام الالكترونات فيما بينها يعطى بالعلاقة الآتية :

$$\tau_e = 1.09\times10^{16}\,\frac{\mathrm{T}e^{\frac{3}{2}}}{\ln\Lambda_e\, z^2\, n_\mathrm{i}} \qquad (2)$$

حيث Te درجة حرارة الالكترونات بوحدات الطاقة eV و $\mathrm{n_i}$ كثافة الايونات و z شحنة الايونات و $\ln\Lambda$ لوغاريتم كولوم.

أزمنة التصادم بين أيون وأيون تكون أطول بمقدار المعامل $(\mathrm{m_i/m_e})^{\frac{1}{2}}$ أي أن:-

$$\tau_i = 6.60\times10^{17}\,\frac{\mathrm{T}i^{\frac{3}{2}}}{\ln\Lambda_i\, z^2\, n_\mathrm{i}}\,\mathrm{sec} \qquad (3)$$

حيث Ti درجة حرارة الايونات و $\mathrm{m_i}$ كتلة الايون و $\mathrm{m_e}$ كتلة الإلكترون.

زمن تبادل الطاقة بين الإلكترونات والايونات يكون:

$$\tau_{ei} = \frac{m_i}{2\mathrm{m_e}}\tau_e = 0.99\times10^{19}\,\frac{m_i}{m_p}\,\frac{\mathrm{T}e^{\frac{3}{2}}}{\ln\Lambda_e\, z^2\, n_\mathrm{i}}\,\mathrm{sec} \qquad (4)$$

فنلاحظ أن نقل الطاقة بين الالكترونات والايونات أبطأ بكثير من نقل الزخم لأن $m_e \ll m_\mathrm{i}$.

4. معاملات الانتقال للبلازما

عندما يصطدم جسيم مشحون مع جسيم أخر في البلازما فان متجه السرعة يمر بتغير صغير وبشكل مفاجئ مما يؤدي إلى إنتقال الجسيمات من مسار إلى أخر. بعد عددا كافيا من هذه الإصطدامات سيقطع الجسيم مسافة كبيرة بعيدا عن مساره الأصلي [13] تنتج في البلازما الغير منتظمة عملية إنتقال للجسيمات من منطقة الكثافة الأعلى للبلازما إلى منطقة الكثافة الأدنى، وهذا الانتقال يسمى "الإنتشار".

من خلال النظرية الكلاسيكية يكون معامل الحركية للبلازما

$$\mu \equiv |e|/m\nu \qquad (5)$$

حيث e شحنة الالكترون. ومعامل الانتشار للبلازما يكون:

$$D \equiv KT/mv \qquad (6)$$

حيث K ثابت بولتزمان ، T درجة الحرارة.

5. الإنتشار عبر المجال المغناطيسي

يمكن التقليل من معدل فقد البلازما بسبب الإنتشار وذلك عن طريق المجال المغناطيسي وهذا يمثل مشكلة حصر البلازما [10]. نعتبر البلازما ضعيفة التأين في مجال مغناطيسي وستتحرك الجسيمات المشحونة على طول المجال B بالإنتشارية والحركية حيث أن المجال B لا يؤثر على الحركة في الإتجاه الموازي له وبذلك يمكن تعريف الحركية العمودية $\mu_\perp$ ومعامل الإنتشار العمودي $D_\perp$.

$$\mu_\perp = \frac{\mu}{1+\omega^2\tau^2} \qquad (7.a)$$

$$D_\perp = \frac{D}{1+\omega^2\tau^2} \qquad (7.b)$$

حيث ω تردد لامور ، τ متوسط الزمن.

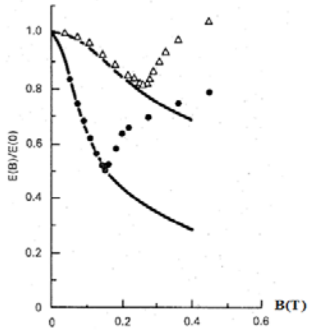
عندما تكون $\omega^2\tau^2 \gg 1$ فإن المجال المغناطيسي سيعيق بشكل ملحوظ معدل الإنتشار عبر المجال فان:-

$$D_\perp = \frac{KT}{mv}\frac{1}{\omega^2\tau^2} = \frac{KTv}{m\omega^2} \qquad (8)$$

من خلال التجارب المعملية التي أجريت على البلازما منذ فترة طويلة تبين ان نتائج هذه التجارب لا تتوافق مع توقعات النظرية الكلاسيكية كما نلاحظ من خلال النظرية فإن معدل الإنتشار العمودي على المجال المغناطيسي يتناسب عكسيا مع مربع المجال B ولكن التجارب اثبتت شذوذ عن هذا السلوك المتوقع. وجد أنه في مثل هذه البلازما يتم فقد الإلكترونات بالإنتشار القطري ويتم تعويضه مجددا من تأين الغاز المتعادل بواسطة الإلكترونات[10].

أن النظرية الكلاسيكية صالحة في نطاق المجالات المنخفضة كما هو موضح في الشكل (1) ثم تتضارب مع النتائج المعملية عند مجال مغناطيسي حرج B_c قيمته حوالي 0.2T في هذه الحالة عند ضغط معين.

هذه النتائج تم اقتباسها من المرجع [10] الذي يوضح ان مجال كهربائي طولي E_Z يتشكل في انبوب يعتمد على معامل الانتشار .



شكل (1): يوضح المجال الكهربائي الطولي مقاس كدالة في المجال المغناطيسي

اقترح العالمان Kadomtsev و Nedospasov أن يكون هناك عدم استقرار عند المجالات المغناطيسية العالية تثير E_z موجة في البلازما وان هذه الموجة تسبب خسارات قطرية أكثر.

لكن هذه النظرية لم تكن كافية لتفسير ظاهرة الشدود في معاملات الانتشار للبلازما عالية الحرارة في المجالات المغناطيسية الاعلى. وعليه فإن هذا الموضوع لازال قيد الدراسة ونحن هنا نتبنى اسلوب مغاير لدراسة هذه الظاهرة من خلال النظرية الكلاسيكية المعدلة [14] .

6. الإنتشار والازاحات العشوائية

إذا كانت x تمثل ازاحة الجسيم بعد عدد N من الاصطدامات من موقعه الابتدائي فان متوسط الازاحات العشوائي يكون صفر ولكن متوسط مربع الازاحات يكون له قيمة تعتبر مقياس لعملية التصادم . نجد ان المعدل الزمني لمتوسط مربع الازاحات هذا يعطى بالعلاقة الاتية :

$$\frac{d\langle x^2\rangle}{dt} = \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \qquad (9)$$

حيث Δx هنا تعني متوسط طول الخطوة الواحدة وΔt متوسط زمن التصادم. في الواقع فإن معامل الانتشار في هذه الحالة يكون $D = \frac{d}{dt}\langle x^2\rangle$. يمكن توضيح ان معامل الانتشار الكلاسيكي (9) هو عبارة عن المعدل الزمني لازاحة مراكز الدوران للبلازما في المجال المغناطيسي لان نصف قطر لارمور للجسيم في المجال المغناطيسي يكون $a = \frac{V_T}{\omega}$ حيث V_T السرعة الحرارية اي ان $a^2 = \frac{kT}{m\omega^2}$ ويكون معدل الانتشار العمودي:

$$D_\perp^c = \frac{a^2}{\tau} \qquad (10)$$

وهو ما يعني ان متوسط طول الخطوة a ومتوسط زمن التصادم τ وهي نتيجة كلاسيكية .

في هذا البحث نقوم بحساب المعدل $D_\perp = \frac{d}{dt} < (\Delta R_\perp)^2 >$ اي معامل الانتشار العمودي للبلازما على انه المعدل الزمني لمتوسط مربع ازاحات مركز الدوران في المجال المغناطيسي.

نقوم بحساب المعدل الزمني هذا من خلال حل معادلات الحركة للجسيمين المتصادمين وحساب الازاحات التي تحدث لمركز دوران الجسيم الواحد ومنها نجد المتوسط لجميع الجسيمات المتصادمة في البلازما التي تكون جسيماتها موزعة وفق توزيع ماكسويل للسرعات.

7. معادلات الحركة للجسيمات المتشابهة

في غياب المجال المغناطيسي تكون البلازما متماثلة من حيث الاتجاه، فعندما يتحرك جسيم الاختبار في البلازما فإن البلازما تبدو متشابهة في جميع الإتجاهات. اما في وجود المجال المغناطيسي فان اتجاه المجال المغناطيسي يكون مميزا في البلازما. إن المجال المغناطيسي يؤثر على كل من الجسمين بقوة تعتمد على السرعة وعليه فان كل جسيم يقع تحت تأثير القوة الكهربائية والقوة المغناطيسية [3،4] .

يمكن دراسة التصادمات من خلال دراسة التفاعل بين جسيم الاختبار وأي جسيم أخر يسمى جسيم الهدف من خلال حل معادلات الحركة بطريقة مشابهة لما يعرف بنظرية او اسلوب رذرفورد [13,10]. تكون معادلة الحركة لجسيم الاختبار (الساقط)

$$m\ddot{\boldsymbol{r}}_1 = \frac{e^2}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{e}{c}\dot{\boldsymbol{r}}_1 \times \boldsymbol{B} \qquad (11)$$

ومعادلة الحركة للجسيم الهدف

$$m\ddot{\boldsymbol{r}}_2 = -\frac{e^2}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{e}{c}\dot{\boldsymbol{r}}_2 \times \boldsymbol{B} \qquad (12)$$

حيث m كتلة الجسيم و $\hat{r}$ متجه الوحدة في اتجاه r و c سرعة الضوء و B المجال المغناطيسي.

8. حل معادلات الحركة وحساب معامل الانتشار العمودي

هناك العديد من الطرق لإيجاد الحلول العددية للمعادلات التفاضلية العادية من الدرجة الأولى، ومن هذه الطرق طريقة رونج – كوتا من الرتبة الرابعة وهي الأكثر استعمالا [3،7،8،9].

ويمكن حساب مربع ازاحة مركز الدوران $(\Delta R_\perp)^2$من برنامج الحسابات من خلال العلاقات التالية :

$$R_x = x - \frac{v_y}{\omega} \qquad (13)$$

حيث R_x موضع مركز دوران الجسيم الاول في اتجاه x ، v_y سرعة الجسيم في اتجاه y.

$$R_y = y + \frac{v_x}{\omega} \qquad (14)$$

حيث R_y موضع مركز دوران الجسيم الاول في اتجاه y ، v_x سرعة الجسيم في اتجاه x .

وبالتالي فان مربع إزاحة مركز الدوران في الاتجاه العمودي على المجال المغناطيسي يكون:

$$(\Delta R_\perp)^2 = (\Delta R_x)^2 + (\Delta R_y)^2 \qquad (15)$$

إن الخطوة النهائية والمهمة هي حساب$(\Delta R_\perp)^2$ والتي يمكن حسابها من العلاقة التالية بالأخد في الاعتبار الحالة الابتدائية والحالة النهائية.

$$(\Delta R_\perp)^2 = \left(x1 - \frac{vy1}{\omega} - \frac{p}{2}\right)^2 + \left(y1 + \frac{vx1}{\omega}\right)^2 \qquad (16)$$

حيث p كمية الحركة.

لحساب معدل التصادم بين البروتونات في البلازما يتطلب حساب التغير في كمية الحركة العمودية $\Delta p_\perp$ للأيونات عند تصادمها ثم حساب متوسط مربع التغير $\langle(\Delta p_\perp)^2\rangle$ وبالتالي فإن التردد التصادمي للأيونات يمكن حسابه من العلاقة التالية:

$$\nu_{ii} = \frac{\frac{d}{dt}\langle(\Delta p_\perp)^2\rangle}{\langle p^2\rangle} \qquad (17)$$

وهذه العلاقة تأتي من تعريف زمن التصادم.

تهدف هذه الحسابات إلى حساب معامل الإنتشار للبلازما العمودي على المجال المغناطيسي $D_\perp$ على أساس أنه المعدل الزمني لمتوسط مربع ازاحات مركز دوران الجسيم في الاتجاه العمودي للمجال المغناطيسي.

$$D_\perp = \frac{d}{dt} < (\Delta \boldsymbol{R}_\perp)^2 > \qquad (18)$$

نقوم بحساب $(\Delta R_\perp)^2$ الناتج عن تصادم جسيم اختبار بأحد الجسيمات الأخرى من البلازما والتي تمثل جسيمات الهدف ثم نقوم بجمع مربع الإزاحات الناتجة على التصادم مع بقية الجسيمات.

تكون الجسيمات المتفاعلة بسرعات مختلفة وموزعة وفق توزيع ماكسويل وعليه فان حساب المتوسطات يعني إيجاد المتوسط على السرعات المختلفة . نقوم باختيار نظام الأحداثيات الاسطوانية في فضاء السرعات فيكون لكل نوع من الجسيمات سرعات موازية $v_\parallel$ وسرعات عمودية $v_\perp$ للمجال المغناطيسي فيكون توزيع ماكسويل.

$$f(\mathbf{v})d^3\mathbf{v} = f_\perp(\mathbf{v}_\perp)\, f_\parallel(\mathbf{v}_\parallel)\mathbf{v}_\perp d\mathbf{v}_\perp\, d\mathbf{v}_\parallel\, d\emptyset \qquad (19)$$

حسابات متوسط مربعات الإزاحة لمركز الدوران تتطلب معرفة عدد المراكز المتفاعلة أو الفيض أي عدد المراكز التي تدخل حيز التفاعل للجسيمات المتصادمة أي عدد الجسيمات المتصادمة لكل وحدة مساحة لكل ثانية .

عدد مراكز الدوران في الواقع هو عدد الجسيمات ولكن كثافة المراكز تختلف عن كثافة الجسيمات لان الجسيمات تتحرك على مسارات حلزونية بينما تتحرك المراكز على خطوط مستقيمة في عدم وجود التصادم وبسرعة تساوي السرعة الموازية للجسيمات.

عندما تكون السرعة الموازية صغيرة مقارنة بالسرعة الكلية تكون كثافة المراكز اكبر بكثير من كثافة الجسيمات داخل حيز التفاعل.

وفي هذه الحالة يمكن حساب معامل الإنتشار من المعادلة الآتية:

$$D_\perp = \frac{n\mathbf{v}}{2\pi}\int_0^\infty f_\parallel\, d\,\mathbf{v}_\parallel \int_0^{p_{\max}} \mathrm{pdp} \int_0^{2\pi} d\emptyset_1 \int_0^{2\pi} d\emptyset_2\, (\Delta\boldsymbol{R})^2 \qquad (20)$$

حيث $\Delta\vec{R}$ الازاحة التي نحصل عليها من خلال حل معادلات الحركة وفق البرنامج و v السرعة الكلية و p معامل التصادم أي المسافة العمودية بين مركزي دوران الجسمين المتصادمين و $\emptyset_1$ و $\emptyset_2$ طور السرعة العمودية لكل من جسيم الاختبار والجسيم الهدف على التوالي و $v_\parallel$ السرعة النسبية الموازية للجسمين.

9. نتائج الحسابات والمقارنة بنتائج التجارب

نقوم بتنفيذ الحسابات كمثال على هذه الطريقة من حساب معامل الإنتشار باختيار بلازما من نوع معين ومجال مغناطيسي معين.

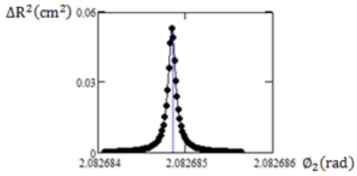
نفرض أن درجة حرارة البلازما حوالي 10 eV وان كثافة البلازما حوالي cm^{-3} 1×10^{12} وان المجال المغناطيسي حوالي 0.3T .

نقوم بالحسابات على افتراض أن السرعة العمودية ثابتة عند السرعة الحرارية $v_{th} = \left(\frac{e.T}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$ حيث T تقاس بوحدة الإلكترون فولت ، فتكون سرعة الايونات الحرارية حوالي 3×10^6 cm/sec ونقوم بحساب معامل الإنتشار كدالة في السرعة الموازية وذلك بإجراء التكامل على كل من $\emptyset_2$, $\emptyset_2$,P.

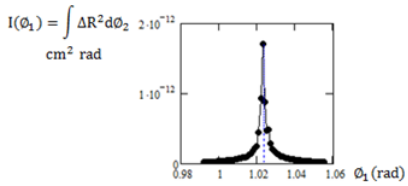
تكون $(\Delta R)^2$ الناتجة من البرنامج دالة في هذه المتغيرات فنقوم بإجراء التكامل على مراحل متتالية باستخدام طريقة شبه المنحرف Trapazoidal Rule.

نرى من الشكل-2 أن هذه الدالة لها قمة في نظام ضيق وهو ما يتطلب عناية ووقت طويل من الحاسوب لان التكامل يتطلب حساب الدالة عند عدد كبير من النقاط, والشكل-3 يوضح الدالة $(\Delta R)^2$ كدالة في $\emptyset_2, \emptyset_1$.

وكذلك فان التكامل على $\emptyset_2$ سوف ينتج دالة في $\emptyset_1$ لها أيضا قمم عالية وضيقة وهذا أيضا يتطلب زمن طويل من الحسابات. الشكل (2b) يوضح التكامل على $\emptyset_2$ كدالة في $\emptyset_1$. نقوم بإجراء هذا التكامل فينتج عنه دالة في المتغير P وهي أيضا دالة متغيرة بسرعة عندما تكون R حوالي $a_1 + a_2$ كما في الشكل-4 وأخيرا تكون نتيجة التكامل على P دالة في السرعة الموازية $v_\parallel$ وتكون لها قمة عند القيم الصغيرة للسرعة $v_\parallel$. وعلى اعتبار ان $v_\parallel$ صغيرة فان زمن الحسابات يزداد بشكل كبير.

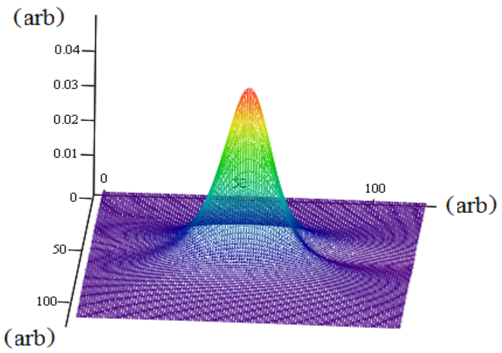


(a) يوضح ΔR^2 كدالة في $\emptyset_2$



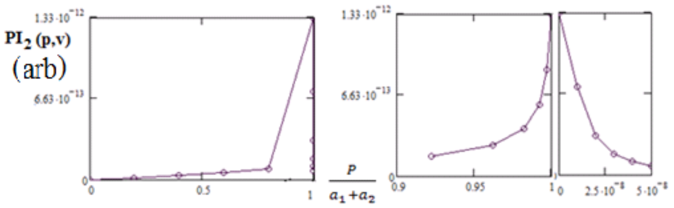
(b) تكامل على $\emptyset_2$ كدالة في $\emptyset_1$

شكل (2): يوضح $(\Delta \boldsymbol{R})^2$ كدالة في $\emptyset_2$ عندما تكون بقية المتغيرات ثابتة.



شكل (3): رسم ثلاثي الأبعاد للدالة $(\Delta \boldsymbol{R})^2$ كدالة في $\emptyset_2, \emptyset_1$.

نلاحظ أن نتيجة التكامل على الأطوار $\emptyset_1$ ، $\emptyset_2$ تكون دالة في معامل التصادم P والسرعة النسبية الموازية v وهذه الدالة سنقوم بمكاملتها بعد الضرب في 2πP. الشكل التالي يوضح العلاقة بين نتيجة التكامل على $\emptyset_1$ و $\emptyset_2$ كذالك في p ، v مضروبة في p نفسها $\mathrm{pI(v,p)}$ وهي دالة تكون لها ذروة صغيرة عند النقطة $P= a_1 + a_2$ وتضمحل بسرعة عندما تكون $P> a_1 + a_2$ ولهذا يكون الجزء الأساسي من التكامل على p هو المساحة المحصورة بين $P=0$ و $P= a_1 + a_2$ ويمكن إهمال المساحة المتبقية عندما $P> a_1 + a_2$.



الشكل (4): يوضح تكامل على $\emptyset_1$ ، $\emptyset_2$ كدالة في معامل التصادم.

تكون نتيجة هذا التكامل دالة في السرعة النسبية الموازية v ويكون لها قمة قرب $v = 0$ وعليه فان السرعات الموازية المنخفضة تكون مهمة.

نقوم بحساب التكامل على v مع الاخذ في الاعتبار توزيع ماكسويل للسرعات النسبية الموازية.

$$F(\mathbf{v}) = \sqrt{\frac{m}{4\pi T}}\, e^{-\mathrm{mv}^2/4T} \qquad (21)$$

لان الكتلة المختزلة للجسيمات المتشابهة.

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \qquad (22)$$

حيث $m_1 = m_2$ فإن:

$$m = \frac{m_1 m_1}{m_1 + m_1} = \frac{m_1}{2}$$

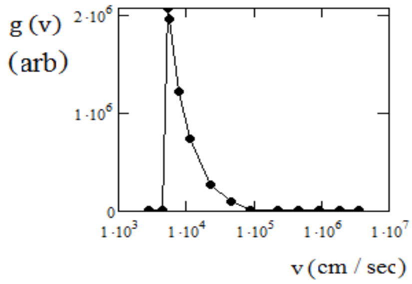
يكون معامل الإنتشار العمودي.

$$D_{\perp} = n\int_{p=0}^{a_1+a_2}\int_{v=0}^{\infty} 2\pi p\, dp\, f(v)dv\frac{I(p,v)}{4\pi^2}v_T \qquad (23)$$

حيث $I(v,p)$ هي نتيجة تكامل المعدل الزمني لمربع إزاحات مركز الدوران وعليه.

$$D_{\perp} = \frac{nv_T}{2\pi}\int_{p=0}^{a_1+a_2}\int_{v=0}^{\infty} p\, dp\, f(v)dvI(p,v) \qquad (24)$$

لاحظ أن ∞ هنا تعني سرعات اكبر بكثير من السرعة الحرارية v_T ولكن يجب ان تكون أقل من سرعة الضوء بكثير ايضا وتكفي ان يكون التكامل الى سرعة V اكبر عدد من المرات من v_T.



الشكل (5): يوضح تكامل $P\,I_2$ على dp كدالة في السرعة الموازية ، dp
$g(v)=\int_0^{a_1+a_2} PI_2$

10. مقارنة بين هذه النتائج والنظرية الكلاسيكية

النظرية الكلاسيكية تتوقع أن يكون معامل الانتشار العمودي $D_{\perp}^{c} = \frac{a^2}{\tau}$، ومن المعادلة (3) و (10) نفرض أن درجة حرارة البلازما T=10eV وكثافتها $n=1\times10^{12}\ \ cm^{-3}$ والمجال المغناطيسي B=0.3T نجد أن $D_{\perp}^{c} = 300\ cm^2.sec^{-1}$.

من خلال الحسابات الحالية فإن $D_{\perp} = 2.4\times10^3 cm^2 .\ sec^{-1}$. نلاحظ أن $D_{\perp}$ من المعادلة (18) (نتيجة الحسابات الحالية) تكون أكبر بكثير من النتيجة الكلاسيكية وهو في الواقع ما يعتبر قريبا جدا من النتائج المعملية لمثل هذه البلازما.

11. الخاتمة

في ختام هذه الورقة نؤكد على أهمية هذا العمل لأن نتائج الحسابات التي أجريت كانت متوافقة مع نتائج التجارب المعملية التي أستخدمت للمقارنة .

وبما أن هذه الحسابات كانت تهدف الى توضيح طريقة الحسابات لمعامل الانتشار في البلازما بطريقة مختلفة على النظرية الكلاسيكية ، فإنها قد حققت الهدف رغم صعوبة الحسابات بإستخدام الحواسيب الشخصية.

كانت نتائج الحسابات لهذا البحث متقاربة جدا مع النتائج المعملية بينما كانت هذه النتائج متضاربة بنسبة كبيرة مع النظرية الكلاسيكية ، حيث أن معدل إنتشار البلازما يكون أكبر من ذلك المتوقع نظريا بثمانية أضعاف.

الجدير بالذكر أن الحسابات الكلاسيكية لعملية الانتشار تعتمد على حساب المقطع العرضي للتشتت المتحصل عليه بواسطة رذرفورد والذي يقود الى تقديرات منخفضة لتأثير المجال المغناطيسي على عمليات التصادم ، وحساب معدلات الانتقال تتطلب البحث في عمليات التصادم تحت تأثير المجال المغناطيسي.

12. المراجع

[1] الفيزياء التطبيقية في عالمنا المعاصر، د/ بثينة عبد المنعم إبراهيم، دار المناهج للتوزيع عمان – الأردن 2010.

[2] فيزياء البلازما، تأليف / وسام احمد عبد العزيز، دار الصفاء للنشر والتوزيع – عمان 2004.

[3] رسالة ماجستير بعنوان "تأثير المجال المغناطيسي على معدل تصادم الالكترونات مع البروتونات في البلازما" ، مقدم من / زهرة سعد صالح سلامة، (أطروحة ماجستير) ، أكاديمية الدراسات العليا، ليبيا 2010.

[4] الميكانيكا المتوسطة، أ/ محمد احمد قدري، د/ علي محمد عوين، كلية العلوم / جامعة الفاتح، 1996.

[5] الميكانيك وخواص المادة، د/ محمد قيصرون ميرزا، دار الطباعة دار الأمن الأردن، 1992.

[6] رسالة ماجستير بعنوان "تصادم الجسيمات المشحونة وانتقالها في البلازما تحت تأثير المجال المغناطيسي" ، مقدم من / نجية محمد البشير، (أطروحة ماجستير) ، أكاديمية الدراسات العليا، ليبيا، 2008.

[7] التحليل العددي، تأليف/ ايان جاكس وكولن جد، ترجمة د/ علي محمد إبراهيم و محمد ماهر علي النجار، منشورات جامعة الفاتح، 1992.

[8] التحليل العددي، ترجمة أ. د/ محمد عادل سودان، د/ حسن محي الدين حميدة د/عمر محمد حامد، جامعة الملك سعود (السعودية) ، 2003.

[9] الرياضيات والتحليل العددي، د/صفاء علي ناصر، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع الأردن 2008.

[10] Introduction to plasma physics and controlled fusion Francis F. Chen, Edition, volume 1, plasma physics, plenum press, New York, 1984.

[11] Plasma physics lecture Notes Hugo J. de Blank, Faculty of physics and Astronomy, Utrecht University, The Netherlands, 2008.

[12] Principles of plasma Discharges and Materials processing, Michael A. Lieberman and Allan J. Lichtenberg, second Edition, printed in united states of America, 2004.

[13] Introduction to plasma physics, Robert J Goldston and Paul H Rutherford, plasma physics laboratory, Princeton University,London, 1995.

[14] Master TU "APPLICATION OF THE MODIFLED CLASICAL MODEL (MCM) TO THE EXPERIMENTAL DATA OF DIII-D TOKAMAK, BASHIR M. ESMAIL, Libya,2009.